

Н. И. БОГОЛЮБОВ и Д. В. ШИРКОВ

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ
КВАНТОВАННЫХ
ПОЛЕЙ**

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1957

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Предисловие | 8 |
| § 1. Введение | 9 |
| 1.1. Очерк состояния теории поля (9). 1.2. План изложения (12). 1.3. Некоторые обозначения (13). | |
| Глава I. Классическая теория свободных полей | 15 |
| § 2. Лагранжев формализм и инварианты полей | 15 |
| 2.1. Поля и частицы (15). 2.2. Гамильтонов и лагранжев формализмы (15). 2.3. Функция Лагранжа и принцип стационарного действия (16). 2.4. Трансформационные свойства функций поля. Тензоры и спиноры (18). 2.5. Теорема Нётер (20). 2.6. Вектор энергии-импульса (23). 2.7. Тензор момента количества движения и тензор спина (23). 2.8. Заряд и вектор тока (25). | |
| § 3. Скалярное поле | 26 |
| 3.1. Лагранжев формализм действительного скалярного поля (27). 3.2. Импульсное представление и частотные компоненты (28). 3.3. Дискретное импульсное представление (31). 3.4. Комплексное скалярное поле (31). | |
| § 4. Векторное поле | 33 |
| 4.1. Лагранжиан, доминирующее условие и инварианты (33). 4.2. Переход к импульсному представлению (37). 4.3. Спин векторного поля (39). 4.4. Запись уравнений Клейна—Гордона в виде системы уравнений первого порядка (40). | |
| § 5. Электромагнитное поле | 41 |
| 5.1. Потенциал электромагнитного поля (41). 5.2. Градиентное преобразование второго рода и условие Лоренца (42). 5.3. Лагранжев формализм (43). 5.4. Поперечные, продольные и временные составляющие (45). 5.5. Спин (46). | |
| § 6. Спинорное поле. Матрицы Дирака и закон преобразования спинорных функций | 46 |
| 6.1. Линеаризация оператора Клейна—Гордона (46). 6.2. Матрицы Дирака (48). 6.3. Уравнение Дирака (51). 6.4. Трансформационные свойства спинорного поля (52). | |
| § 7. Спинорное поле. Свойства решений и динамические переменные | 56 |
| 7.1. Импульсное представление и матричная структура (56). 7.2. Разложение по спинорным состояниям и соотношения нормировки и ортогональности (59). 7.3. Лагранжев формализм и инварианты (61). | |
| § 8. Лагранжиан системы полей | 64 |
| 8.1. Лагранжиан взаимодействия и инварианты системы полей (64). 8.2. Инварианты градиентных преобразований (65). | |
| Глава II. Квантовая теория свободных полей | 69 |
| § 9. Общие принципы квантования волновых полей | 69 |
| 9.1. Операторная природа функций поля и закон преобразования амплитуды состояния (69). 9.2. Постулат квантования волновых полей (70). 9.3. Физический смысл положительных и отрицательно-частотных составляющих и сопряженных функций (73). 9.4. Состояние вакуума и амплитуда состояния с заданным числом частиц (74). | |
| § 10. Установление перестановочных соотношений | 76 |
| 10.1. Типы перестановочных соотношений (76). 10.2. Нормальное произведение операторов и запись динамических переменных (77). 10.3. Требование положительности энергии (79). 10.4. Перестановочные соотношения Ферми—Дирака и Бозе—Эйнштейна (80). 10.5. Перестановочные соотношения в дискретном импульсном представлении (82). | |

| | |
|--|-----|
| § 11. Скалярное и векторное поля | 84 |
| 11.1. Действительное скалярное поле (84). 11.2. Комплексное скалярное поле (86). 11.3. Комплексное векторное поле (87). | |
| § 12. Спинорное поле | 89 |
| 12.1. Квантование по Ферми—Дираку и перестановочные функции (89). 12.2. Динамические переменные (91). 12.3. Зарядовое сопряжение (92). | |
| § 13. Электромагнитное поле | 95 |
| 13.1. Особенности электромагнитного поля и схема квантования (95). 13.2. Индефинитная метрика (96). 13.3. Запись основных величин (100). | |
| § 14. Функции Грина | 100 |
| 14.1. Определение (100). 14.2. «Запаздывающая» и «опережающая» функции Грина скалярного поля (101). 14.3. Причинная функция Грина скалярного поля (103). 14.4. Причинные функции Грина различных полей (104). 14.5. Связь с обозначениями Штюкельберга и Швингера (106). | |
| § 15. Особенности перестановочных и причинных функций | 107 |
| 15.1. Вычисление $D^{(+)}$ - и $D^{(-)}$ -функций (107). 15.2. Явный вид и особенности функций $D(x)$ и $D^c(x)$ (110). 15.3. Регуляризация сингулярных функций методом Паули—Вилларса (111). | |
| § 16. Операторные выражения и сингулярные функции | 114 |
| 16.1. Коэффициентные функции операторных выражений (114). 16.2. Теорема Вика для нормальных произведений (115). 16.3. Несовершенная природа сингулярных функций (121). 16.4. Некоторые свойства регуляризации Паули—Вилларса (125). 16.5. Умножение сингулярных функций (127). 16.6. Некоторые свойства сингулярных функций (132). 16.7. Умножение операторных функций (133). 16.8. Некоторые определения (136). | |
| Глава III. Матрица рассеяния | 138 |
| § 17. Основные понятия теории взаимодействующих полей | 138 |
| 17.1. Представления уравнения Шредингера (138). 17.2. Представление взаимодействия (139). 17.3. Матрица рассеяния (141). 17.4. Релятивистская ковариантность и унитарность S -матрицы (142). 17.5. Условие причинности (143). 17.6. «Классические поля» как функциональные аргументы (146). | |
| § 18. Лагранжиан взаимодействия и S -матрица | 147 |
| § 18.1. Разложение S -матрицы по степеням взаимодействия (147). 18.2. Условия ковариантности, унитарности и причинности для S_n (148). 18.3. Определение явного вида $S_1(x)$ и $S_2(x, y)$ (150). 18.4. Хронологическое произведение локальных операторов (153). 18.5. Определение функций S_n при любом n (154). 18.6. Анализ произвола в функциях S_n и наиболее общий вид $S(g)$ (156). | |
| § 19. Раскрытие хронологических произведений | 160 |
| 19.1. Хронологическое спаривание (160). 19.2. Теорема Вика для хронологических произведений (164). | |
| § 20. Приведение S -матрицы к нормальной форме | 166 |
| 20.1. Структура коэффициентов матрицы рассеяния (166). 20.2. Диаграммы Фейнмана и правила соответствия (168). 20.3. Примеры (172). 20.4. Заключительные замечания (173). | |
| § 21. Правила Фейнмана для вычисления матричных элементов матрицы рассеяния | 175 |
| 21.1. Переход к импульсному представлению (175). 21.2. Вычисление матричных элементов (177). 21.3. Учет свойств симметрии (180). 21.4. Рассеяние внешними полями (182). 21.5. Общая структура матричных элементов (183). | |
| § 22. Вероятности процессов рассеяния и эффективные сечения | 186 |
| 22.1. Нормировка амплитуды состояния (186). 22.2. Вычисление вероятностей переходов (188). 22.3. Дифференциальные и полные эффективные поперечные сечения (190). | |
| § 23. Примеры расчета процессов второго порядка | 191 |
| 23.1. Комптоновское рассеяние (191). 23.2. Аннигиляция пары электрон—позитрон (194). 23.3. Тормозное излучение (196). | |

| | |
|---|-----|
| Глава IV. Устранение расходимостей из S -матрицы | 198 |
| § 24. О расходимостях S -матрицы в электродинамике (второй порядок) | 198 |
| 24.1. Расходящаяся диаграмма с двумя внешними электронными линиями Σ (198). 24.2. Выделение из Σ расходящейся части (202). 24.3. Расходящаяся диаграмма с двумя внешними фотонными линиями Π (204). 24.4. Выделение расходимостей из Π и градиентная инвариантность (205). 24.5. Построение интегрируемой функции S_2 (207). | |
| § 25. О расходимостях S -матрицы в электродинамике (третий порядок) | 208 |
| 25.1. Вершинная диаграмма третьего порядка (209). 25.2. Выделение расходимости из Γ и градиентная инвариантность (210). 25.3. Тождество Уорда (213). 25.4. Получение интегрируемой функции S_3 (215). | |
| § 26. Общие правила устранения расходимостей из S -матрицы | 216 |
| 26.1. Постановка задачи (216). 26.2. Графическое представление процедуры вычитания и операции $\Delta(G)$ (218). 26.3. Индекс диаграммы $\omega(G)$ и степень расходимости (220). 26.4. Структура экспоненциальной квадратичной формы (223). 26.5. Выбор операции $\Delta(G)$ (226). 26.6. Переход к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$ (228). 26.7. Обобщение рецепта построения $\Delta(G)$ (230). | |
| § 27. Аналитические свойства коэффициентных функций в импульсном представлении | 231 |
| 27.1. Аналитические свойства S_n (231). 27.2. Структура функций H_n (231). 27.3. Аналитические свойства функций H_n (232). | |
| § 28. Классификация ренормируемости теорий | 233 |
| 28.1. Взаимодействия первого и второго рода (233). 28.2. Перечень взаимодействий первого рода (236). 28.3. Нелокальный характер взаимодействий второго рода (238). 28.4. Фиксирование теории первого рода конечным числом констант (239). | |
| Глава V. Приложение общей теории устранения расходимостей к конкретным случаям | 241 |
| § 29. Скалярное поле с нелинейным взаимодействием | 241 |
| 29.1. Поле Хэрта—Тирринга (241). 29.2. Конечность числа расходящихся диаграмм (241). | |
| § 30. Спинорная электродинамика. I. Общий вид контрчленов | 243 |
| 30.1. Типы расходящихся диаграмм и теорема Фарри (243). 30.2. Градиентная инвариантность матрицы рассеяния (247). 30.3. Контрчлены (256). | |
| § 31. Спинорная электродинамика. II. Ренормировка массы и заряда | 258 |
| 31.1. Градиентное преобразование спаривания \overline{AA} (258). 31.2. Неоднозначность процесса устранения бесконечностей (259). 31.3. Полные функции Грина G , D и вершинная часть Γ (263). 31.4. Формальный характер бесконечных перенормировок (267). 31.5. Радиационные поправки во внешние линии и выбор конечных постоянных (269). | |
| § 32. Спинорная электродинамика. III. Радиационные поправки второго порядка | 271 |
| 32.1. Поправки к фотонной функции (271). 32.2. Поправки к электронной функции Грина (274). 32.3. Поправки в вершинной части (275). 32.4. Схема вычисления поправок в формуле Клейна—Нисимы (276). | |
| § 33. Псевдоскалярная мезонная теория | 278 |
| 33.1. Изотопический формализм (278). 33.2. Типы расходящихся диаграмм и контрчлены (279). 33.3. Второй заряд, мультипликативные ренормировки и внешние линии (280). | |
| § 34. Уравнения Швингера для функций Грина | 282 |
| 34.1. Связь полных функций Грина с вакуумными ожиданиями T -произведений (282). 34.2. Обобщенная теорема Вива (285). 34.3. Уравнения Швингера (287). 34.4. Учет контрчленов (294). | |
| Глава VI. Уравнение Шредингера и динамические переменные | 293 |
| § 35. Уравнение Шредингера для амплитуды состояния | 293 |
| 35.1. Уравнение для $\Phi(g)$ в вариационных производных (293). 35.2. Уравнение Шредингера в представлении взаимодействия и уравнение Томонага—Швингера (294). 35.3. Сингулярности обобщенного гамильтониана (297). 35.4. Основные свойства обобщенного гамильтониана (299). | |

| | |
|--|-----|
| § 36. Динамические переменные системы взаимодействующих полей | 300 |
| 36.1. Энергия, импульс и тензор момента (301). 36.2. Локальные динамические величины (304). 36.3. Вектор тока (306). 36.4. Условие Лоренца (308). 36.5. Операторы волновых полей (309). | |
| § 37. Поляризация вакуума и аномальный магнитный момент электрона | 309 |
| 37.1. Поляризации вакуума (309). 37.2. Аномальный магнитный момент электрона (313). | |
| § 38. Уравнение Дирака с радиационными поправками | 317 |
| 38.1. Обобщение волновой функции электрона (317). 38.2. Обобщение уравнения Дирака (320). 38.3. Лэмбовский сдвиг уровней (323). 38.4. Заключительные замечания (325). | |
| Глава VII. Метод функционального уреднения | 327 |
| § 39. Представление функций Грина через континуальные интегралы | 327 |
| 39.1. Введение (327). 39.2. Вычисление $\langle T(\exp i \int \varphi d\mu) \rangle_0$ (328). 39.3. Континуальные интегралы (330). 39.4. Замкнутые выражения для функций Грина (332). | |
| § 40. Градиентное преобразование функции Грина электрона в спинорной электродинамике | 334 |
| 40.1. Переход к поперечной калибровке и преобразование функции $G(x, y A)$ (334). 40.2. Функциональный интеграл для $G(x, y)$ в случае поперечной калибровки (336). 40.3. Градиентное преобразование функции $G(x, y)$ (338). | |
| § 41. Исследование модели Блоха—Нордсика | 339 |
| 41.1. Модель Блоха—Нордсика и определение $G(x, y A)$ (339). 41.2. Вычисление $G(x, y)$ (342). | |
| Глава VIII. Ренормализационная группа | 345 |
| § 42. Группа мультипликативных ренормировок в спинорной электродинамике | 345 |
| 42.1. Введение (345). 42.2. Групповой характер мультипликативных ренормировок (345). 42.3. Функциональные уравнения группы (347). 42.4. Дифференциальные уравнения Ли (349). 42.5. Вершинная часть (351). | |
| § 43. Асимптотические свойства электродинамических функций Грина | 354 |
| 43.1. Постановка задачи (352). 43.2. Ультрафиолетовая асимптотика (353). 43.3. Инфракрасная асимптотика (356). | |
| § 44. Ренормализационная группа в электродинамике при $d^0 \neq 0$ | 359 |
| 44.1. Обобщение групповых уравнений (357). 44.2. Определение «ультрафиолетовой» и «инфракрасной» асимптотик (359). 44.3. Асимптотики вершинной части (360). 44.4. Различные возможности (366). | |
| § 45. Ренормализационная группа в двухзарядной псевдоскалярной мезонной теории | 367 |
| 45.1. Второй заряд мезонной теории (367). 45.2. Переход к функциональным уравнениям группы (367). 45.3. Ультрафиолетовая асимптотика (369). | |
| Глава IX. Дисперсионные соотношения | 372 |
| § 46. Общие представления о методе | 372 |
| 46.1. Введение (372). 46.2. Математическая и физическая основы дисперсионных соотношений (373). 46.3. Обзор работ по дисперсионным соотношениям (375). 46.4. Проблема обоснования (378). | |
| § 47. Основные свойства S -матрицы в локальной теории поля | 380 |
| 47.1. Вступительные замечания (380). 47.2. Общие свойства (382). 47.3. Локальные свойства (383). | |
| § 48. Спектральное представление пионной функции Грина | 386 |
| 48.1. Радиационные операторы первого и второго порядка и их вакуумные средние (386). 48.2. Вакуумное ожидание от $\delta^2 S / \delta \varphi_2(x) \delta \varphi_2(y)$ (388). 48.3. Вакуумное ожидание произведения двух токов (388). 48.4. Аналитические свойства ζ^r и ζ^a (390). 48.5. Спектральное представление q^r , q^a и q^c (393). | |

| | |
|---|-----|
| § 49. Спектральное представление фермионной функции Грина | 395 |
| 49.1. Спектральное представление вакуумного ожидания от $\bar{\psi}^2 S \psi \bar{\psi} \psi$ (395). | |
| 49.2. Вязкость и противоречие (399). | |
| § 50. Амплитуда рассеяния мезонов на нуклонах | 400 |
| 50.1. Связь амплитуды рассеяния с «запаздывающим» и «сперекающим» матричными элементами (400). 50.2. Переход к фиксированной системе отсчета, трудности аналитического продолжения (403). 50.3. Схема получения дисперсионных соотношений для амплитуды рассеяния вперед (405). | |
| § 51. Вопросы аналитического продолжения амплитуды рассеяния при $p \neq 0$ | 408 |
| 51.1. Аналитические свойства в фиктивной области $\tau < -p^2$ (408). (413). 51.2. Структура однонуклонного члена (414). 51.3. Вспомогательная теорема 51.4. Аналитическое продолжение в $\tau < -p^2$ (417). | |
| § 52. Дисперсионные соотношения для рассеяния пионов на нуклонах | 424 |
| 52.1. Переход к действительным величинам (424). 52.2. Учет свойств симметрии по E (423). 52.3. Изотопическая и спиновая структура (424). 52.4. Наблюдаемая область и переход к случаю рассеяния вперед (427). | |
| § 53. Заключение | 428 |
| Приложение. Сводка сингулярных функций | 431 |
| Литература | 435 |
| Именной указатель | 438 |
| Предметный указатель | 440 |