

М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ, Б. В. ШАБАТ

ПРОБЛЕМЫ
ГИДРОДИНАМИКИ
И ИХ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1973

Проблемы гидродинамики и их математические модели. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В., Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973 г.

Основная цель книги — описание различных гидродинамических эффектов, а также их качественное и количественное объяснение при помощи соответствующих математических моделей. Имеется много постановок задач, еще не получивших решения. Большое место уделено различным приложениям (кумуляция, направленный взрыв, сварка металлов взрывом, проблема цунами, принципы движения рыб и др.).

Илл. — 160. Библ. 110 назв.

Михаил Алексеевич Лаврентьев, Борис Владимирович Шабат

Проблемы гидродинамики и их математические модели

М., 1973 г., 416 стр. с илл.

Редакторы П. П. Мосолов, Ф. И. Кизнер

Техн. редактор И. Ш. Аксельрод Корректоры О. А. Бутусова, Л. Н. Боровина

Сдано в набор 1/Х 1972 г. Подписано к печати 14/II 1973 г. Бумага 84×108^{1/32}, тип. № 1. Физ. печ. л. 13. Условн. печ. л. 21,84. Уч.-изд. л. 19,95. Тираж 10 000 экз. Т-00760. Цена книги 1 р. 50 к.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой
«Союзполиграфпрома» при Государственном комитете Совета Министров
СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	6
Глава I. Математические модели жидкой среды	9
§ 1. Несжимаемая невязкая жидкость	10
Основные уравнения. Потенциальность. Установившиеся движения. Плоское движение. Осесимметрическое движение. Движение с заданной завихренностью. Граничные условия.	
§ 2. Сжимаемость	21
Основные уравнения. Упрощающие предположения. Плоские установившиеся течения. Уравнение для потенциала. Звуковой барьер. Характеристики. Мелкая вода.	
§ 3. Вязкая несжимаемая жидкость	35
Уравнения Навье — Стокса. Диссипация энергии. Граничные условия. Учет вязкости. Уравнение Гельмгольца.	
§ 4. Размерностный подход	41
Размерности. л-теорема. Автомодельность. Удар струи о плоскость. Сфера в вязкой жидкости. Диффузия вихревой нити.	
Литература	49
Глава II. Основной математический аппарат	50
§ 5. Комплексные числа и их обобщения	50
Плюские векторы. Три типа комплексных чисел. Модуль и аргумент. Многомерный случай.	
§ 6. Дифференцирование комплексных функций	56
Производная. Аналитичность. Примеры. Особые точки.	
§ 7. Физический и геометрический смысл аналитичности	61
Комплексный потенциал. Физический смысл особых точек. Конформные отображения. Квазиконформные отображения. Интерпретация h -аналитичности.	
§ 8. Свойства аналитических функций	71
Степенные ряды. Свойство открытости. Интегрирование. Физическая интерпретация. Интегральная формула Коши.	
§ 9. Гармонические функции	80
Связь с аналитическими функциями. Задача Дирихле. Связь с конформными отображениями.	
Литература	87
Глава III. Конформные и квазиконформные отображения	88
§ 10. Задача Римана	88
Существование и единственность. Примеры. Течение в канале. Обтекание тел.	
§ 11. Нелинейные квазиконформные отображения	96
Обобщение понятия квазиконформности. Производные системы.	
§ 12. Вариационные принципы	104
Основной принцип. Количественные уточнения. Другие области. Граничные производные, Узкие полосы, Сильно эллиптические системы.	

§ 13.	Приближенные методы	115
	Численные методы. Вариационные методы. Пристрелочный метод. Обобщения.	
	Литература	125
Г л а в а	IV. Качественные модели сверхзвуковых течений	127
§ 14.	Гиперболические конформные отображения	127
	Условия отображимости. Области типа полуплоскости. Области типа полосы. Влияние вариации границы.	
§ 15.	Модель уравнений газовой динамики	136
	Классические уравнения. Выбор модели. Геометрия модели.	
§ 16.	Примеры сверхзвуковых задач	145
	Течение в канале. Обтекание угла.	
§ 17.	Задачи с переходом через скорость звука	149
	Задача о сопле. Сверхзвуковые включения. Задача о склейке.	
	Литература	161
Г л а в а	V. Плоские задачи	162
§ 18	Парадоксы в схеме идеальной жидкости	162
	Парадокс подъемной силы. Условие Чаплыгина. Пространственный случай.	
§ 19.	Течения с постоянной завихренностью	167
	Движения с точечными вихрями. Постоянная завихренность. Свойства течений.	
§ 20.	Задачи со свободными границами	173
	Задача Кирхгофа. Волны в тяжелой жидкости. Учет нелинейности. Волна Стокса.	
§ 21.	Модель Кирхгофа и другие модели	182
	Классические модели. Новые модели.	
§ 22.	Склеивание вихревых и потенциальных течений . . .	187
	Обтекание пластинки. Задача о склейке. Обтекание выпуклых тел. Обтекание траншей. Заключительное замечание.	
	Литература	199
Г л а в а	VI. Пространственные задачи	200
§ 23.	Движения с осевой симметрией	200
	Общие замечания. Метод источников. Задачи обтекания. Узкие трубы.	
§ 24.	Пространственные движения	209
	Трудности пространственного случая. Элементарные решения. Метод источников.	
§ 25.	Модельные задачи	215
	Вариационные принципы. Узкие слои. Гармонические отображения. Системы из трех уравнений.	
§ 26.	Гидродинамические задачи	224
	Течения, близкие к плоским. Вариационные принципы. Течения в узких слоях. Задачи со свободной границей. Две задачи.	
	Литература	234
Г л а в а	VII. Струи	235
§ 27.	Струи конечной ширины	235
	Струи с завихренными зонами. Косой удар струи о прямую. Обтекание тел струями. Задача о затопленной струе. Два гидродинамических эффекта.	
§ 28.	Пространственные задачи о струях	247
	Задача о встречных струях. Задача о вихрях. Вращение жидкости в сосуде. Пространственные задачи.	
§ 29.	Кумулятивные струи	257
	Опыт Покровского. Кумулятивные заряды. Физические предположки. Расчетная схема. Теория пробивания. Формирование кумулятивной струи. Пределы применимости теории.	
	Литература	270

Глава VIII. Неустановившиеся движения	271
§ 30. Постановка задачи	271
Потенциальные движения. Задачи со свободными границами. Устойчивость.	
§ 31. Подводный взрыв	279
Схлопывание пузыря. Шары Бьёркнесов. Парадокс при подводном взрыве. Сферическая кумуляция. Проблема султана. Взрыв в воздухе.	
§ 32. Пробивание при космических скоростях	293
Одномерный случай, Пространственный случай. Обобщение метода.	
§ 33. Загадки движения рыб	302
Качественная картина движения. Движение в твердом канале. Движение в воде.	
§ 34. Распространение волн и проблема цунами	309
Влияние рельефа дна. Общая характеристика волноводов. Достаточные условия. Асимптотика волн. Простейшая модель цунами. Задача краткосрочного прогноза. Однозначное предсказание. Распознавание цунами.	
Литература	333
Глава IX. Вихри	334
§ 35. Кольцевые вихри	334
Вихри в идеальной жидкости. Влияние вязкости. Турбулентная вязкость. Уравнения Гельмгольца. Автомодельная задача. Модельная задача. Сравнение с экспериментом.	
§ 36. Перенос примесей	348
Турбулентная диффузия. Автомодельная задача. Дымовые кольца.	
§ 37. Формирование и движение вихрей	351
Вихри в воздухе. Вихри в воде. Падение капель. Вихревое облако атомного взрыва. Вихревая модель турбулентности. Снижение сопротивления.	
Литература	362
Глава X. Динамическая неустойчивость	363
§ 38. Неустойчивость стержней	364
Статическая и динамическая потери устойчивости. Задача Эйлера. Динамическая постановка.	
§ 39. Механизм разрушения	371
Вероятностный подход. Модельные задачи. Задача о трещинах. Устойчивость. Влияние масштаба взрыва на размер осколков.	
§ 40. Равновесия в жидких средах	378
Ртуть над водой. Образование волн. Устойчивость струй. Взрыв в воде.	
Литература	386
Глава XI. Взрыв	387
§ 41. Взрыв в грунте	387
Импульсная постановка. Сосредоточенный заряд. Шнуровые заряды.	
§ 42. Направленный взрыв	392
Расположение зарядов. Закон подобия.	
§ 43. Камуфлетный взрыв	397
Паковка. Задача о расширении полости. Приближенное решение. Замечания.	
§ 44. Сварка взрывом	401
Простейшая схема. Соударение струй под малым углом. Волнообразование. Форма колебаний. Выделение энергии. Затопленная струя.	
Литература	416